



Ciências
ULisboa

Faculdade
de Ciências
da Universidade
de Lisboa

Princípios de Economia e Gestão I

Sessão 3 · Procura e Elasticidade

Introdução



De Onde Vimos

A sessão 2 acabou com uma **função** na mão: a procura marshalliana $x^*(p_x, p_y, M)$, tirada do problema de um consumidor.

Um consumidor não é um mercado. Hoje somamo-los, e depois **medimos** quão fortemente o total reage. 

A elasticidade é essa medida. Para quem vem da matemática, é uma **derivada normalizada**.

 Tradução para português dos slides em inglês. A versão de referência é a inglesa.



O Mapa de Hoje

1. ✚ Da procura de um consumidor à procura de **mercado**
2. 💎 Valor, preços de reserva e **excedente do consumidor**
3. 📐 Elasticidade-preço: a definição pontual e os três regimes
4. 📈 Casos extremos da elasticidade
5. 💰 Elasticidade e **receita**, e a ligação à receita marginal
6. 💰 Elasticidade-rendimento e elasticidade-preço cruzada, e as três em logaritmos

Acabamos com a ferramenta de que a sessão 4 precisa para falar de poder de mercado. 🔧

Parte 1 · Do Indivíduo ao Mercado

A Procura de um Consumidor

Fixa p_y e M , deixa p_x variar, e a solução da sessão passada desenha uma curva.

Para a Cobb-Douglas, $x^* = \frac{\alpha M}{p_x}$, portanto $\frac{\partial x^*}{\partial p_x} < 0$. Inclinação negativa, e **derivada**, não assumida.

Os economistas desenhavam-na com p_x no eixo **vertical**, que é a função inversa. Um acidente histórico com que simplesmente tens de viver. 🙄

+ De um Consumidor ao Mercado

A cada preço, pergunta a cada consumidor quanto quer e **soma as quantidades**.

$$Q(p) = \sum_{i=1}^n x_i^*(p, \cdot)$$

É uma soma **de quantidades a um dado preço**, por isso num gráfico somas **na horizontal**, não na vertical.

Cada procura individual tem inclinação negativa, por isso a soma também tem. A procura de mercado herda a propriedade do problema do consumidor.



Primeiro o Valor, Depois o Preço

Agora um segundo caminho para a mesma curva, um que torna o excedente visível. A Ana está a pensar em comprar um bilhete para um concerto.

Valor v : quanto o bilhete vale **para a Ana**, medido em euros.
É uma propriedade da Ana e do bem, não do mercado.

O valor da Ana é **um número**. Não mexe quando o preço mexe.
O que o preço decide é só se comprar vale a pena.

O Preço de Reserva do Comprador

A Ana compra quando o seu **excedente** não é negativo:

$$\text{excedente} = v - p \geq 0$$

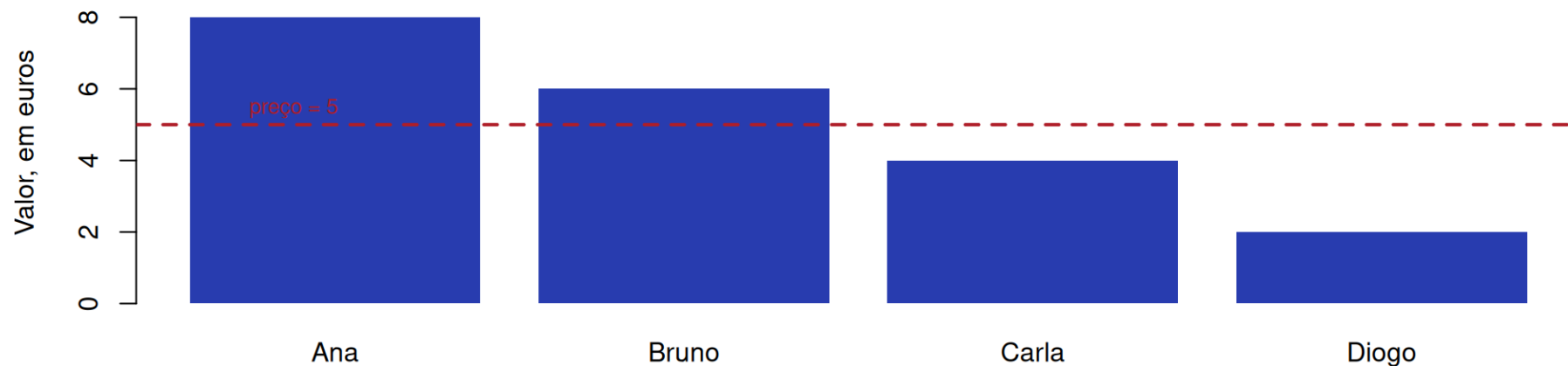
Portanto compra para qualquer $p \leq v$, e o preço **mais alto** a que ainda compra é exatamente v .

Preço de reserva de um comprador: o preço mais alto a que ainda está disposto a comprar. É igual ao seu valor v .

O valor é o que o bem te dá. O preço é o que o mercado pede. O preço de reserva é onde os dois se encontram. 

Quatro Compradores, Quatro Valores

A Ana dá-lhe um valor de 8 euros, o Bruno 6, a Carla 4, o Diogo 2.



A um preço de 5, compra quem lhe dá um valor **acima** de 5: a Ana e o Bruno. Baixa o preço e entra a Carla, depois o Diogo.



A Curva da Procura Aparece

Ordena os preços de reserva do mais alto para o mais baixo e acabaste de desenhar outra vez a **curva da procura**, pelo outro lado.

Cada degrau para baixo é mais um comprador a entrar. Com muitos compradores os degraus encolhem e a escada torna-se uma **reta com inclinação negativa**.

A procura é, no fundo, a lista ordenada das **disposições a pagar**. Nada mais misterioso do que isso. 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, [§3.1](#), “Demand for Goods and Services”. O livro constrói a curva a partir de uma tabela para a gasolina.

Duas Maneiras de Ler a Mesma Curva

Toma $P = 10 - Q$.

Na horizontal, a um dado preço: quanto se compra?

$Q = 10 - P$. É a **quantidade procurada**.

Na vertical, a uma dada quantidade: qual é o valor da **última** unidade vendida? $P = 10 - Q$. É a **disposição marginal a pagar**.

A leitura vertical é a que nos dá o excedente, e daqui a pouco a elasticidade. Guarda-a. 

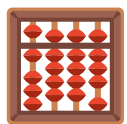
♥ Excedente do Consumidor

Excedente do consumidor (EC): o que os compradores valorizam **acima** do que pagam, somado sobre todos os compradores que trocam.

Para um comprador, $v - p$. Para o mercado, a área **abaixo da curva da procura e acima do preço**.

A Ana, que lhe dava um valor de 8, paga 5 e sai 3 euros melhor. O Diogo, que lhe dava 2, não troca e não ganha nada. 🎫

📖 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §3.5, “Consumer Surplus, Producer Surplus, Social Surplus”.



O Excedente do Consumidor é um Integral

A leitura vertical dá o valor da última unidade, $P(q)$. Soma o valor sobre as unidades, subtrai o que foi pago:

$$EC = \int_0^Q P(q) dq - pQ$$

Com $P = 10 - q$ e $p = 5$, portanto $Q = 5$: $\int_0^5 (10 - q) dq - 25 = 37,5 - 25 = 12,5$. O triângulo, sem a geometria. ✓

Não leias demasiado no número. Somar euros entre pessoas é uma **escolha** que estamos a fazer aqui, e a sessão 2 já te avisou que a própria utilidade não é comparável. ⚠

? Escolha Múltipla 1

O preço de reserva de um comprador:

A. Desce sempre que o preço de mercado desce.

B. É o preço que o comprador mais gostaria de pagar.

C. É igual ao valor do bem para esse comprador.

D. É o mesmo para todos os compradores do mercado.

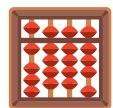
☒ **C.** O valor é um número e não mexe com o preço. O preço de reserva é esse valor lido como preço: o preço mais alto a que comprar ainda vale a pena. O que o comprador *gostaria* de pagar é zero.

? Escolha Múltipla 2

A procura de mercado obtém-se a partir das procuras individuais:

- A. Somando as quantidades a cada preço.
- B. Somando os preços a cada quantidade.
- C. Fazendo a média das curvas de procura individuais.
- D. Tomando a procura do consumidor com o rendimento mais alto.

✓ **A.** A um preço, cada consumidor diz uma quantidade, e a quantidade de mercado é a soma. É por isso que a agregação é **horizontal**. Somar preços na vertical é uma operação completamente diferente, e pertence aos bens públicos.



Pergunta Numérica

Dois consumidores. A Ana procura $q_A = 12 - 2p$ e o Bruno $q_B = 8 - p$, cada um onde isso for positivo e **zero no resto**.

- a) Encontra o **preço de saída** de cada consumidor, o preço a que deixa de comprar.
- b) Escreve a procura de mercado como função de p por ramos, com os respetivos intervalos.
- c) Onde está a quebra, e porque é que a curva é mais inclinada acima dela?
- d) Com $p = 3$, calcula o excedente do consumidor da Ana, e depois o total.

Solução

a) Iguala cada uma a zero: $12 - 2p = 0 \Rightarrow p_A = 6$, e $8 - p = 0 \Rightarrow p_B = 8$. Estes são os únicos preços onde **quem está no mercado** muda, por isso é aí que a função por ramos parte.

b) Soma horizontal sobre quem ainda está a comprar:

$$Q(p) = \begin{cases} 20 - 3p, & 0 \leq p \leq 6 & (\text{os dois}) \\ 8 - p, & 6 < p \leq 8 & (\text{só o Bruno}) \\ 0, & p > 8 \end{cases}$$

c) Em $p = 6$, onde **a Ana sai**. Abaixo disso, uma subida de um euro custa ao mercado 3 unidades; acima, só 1, porque a Ana já lá não está para perder nenhuma. Com o preço no eixo vertical, perder um comprador torna a curva **mais inclinada**. 

d) Os preços de saída da alínea **a)** são as alturas dos triângulos. A Ana compra $12 - 6 = 6$, portanto $EC_A = \frac{1}{2} \times 6 \times (6 - 3) = 9$ euros.

O Bruno compra $8 - 3 = 5$: $EC_B = \frac{1}{2} \times 5 \times (8 - 3) = 12,5$. Total = 21,5 euros. 

Parte 2 · Elasticidade- Preço



A Definição Pontual

Elasticidade-preço da procura: a variação percentual da quantidade sobre a variação percentual do preço.

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

É a derivada dQ/dP **normalizada** por P/Q , para não depender das unidades. O sinal é negativo; trabalhamos com $|\varepsilon|$.

De forma equivalente $\varepsilon = d \ln Q / d \ln P$. É por essa forma que as elasticidades se estimam em logaritmos. 



Os Três Regimes

$|\varepsilon| > 1$: **elástica**. A quantidade reage mais do que proporcionalmente.

$|\varepsilon| < 1$: **inelástica**. A quantidade reage menos do que proporcionalmente.

$|\varepsilon| = 1$: **elasticidade unitária**.



Os Casos Extremos



Perfeitamente inelástica ($\varepsilon = 0$): a quantidade é fixa, a curva é **vertical**. Exemplo: um medicamento que salva vidas.

— **Perfeitamente elástica** ($|\varepsilon| \rightarrow \infty$): a qualquer preço acima de um certo valor, a procura desaparece. A curva é **horizontal**.

É exatamente o que uma empresa enfrenta em concorrência perfeita, e é por isso que essa empresa é tomadora de preço na sessão 4. 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §5.2 “Polar Cases of Elasticity and Constant Elasticity”.



Ao Longo de uma Procura Linear, a Elasticidade Varia

Toma $Q = a - bP$. Então $dQ/dP = -b$ e

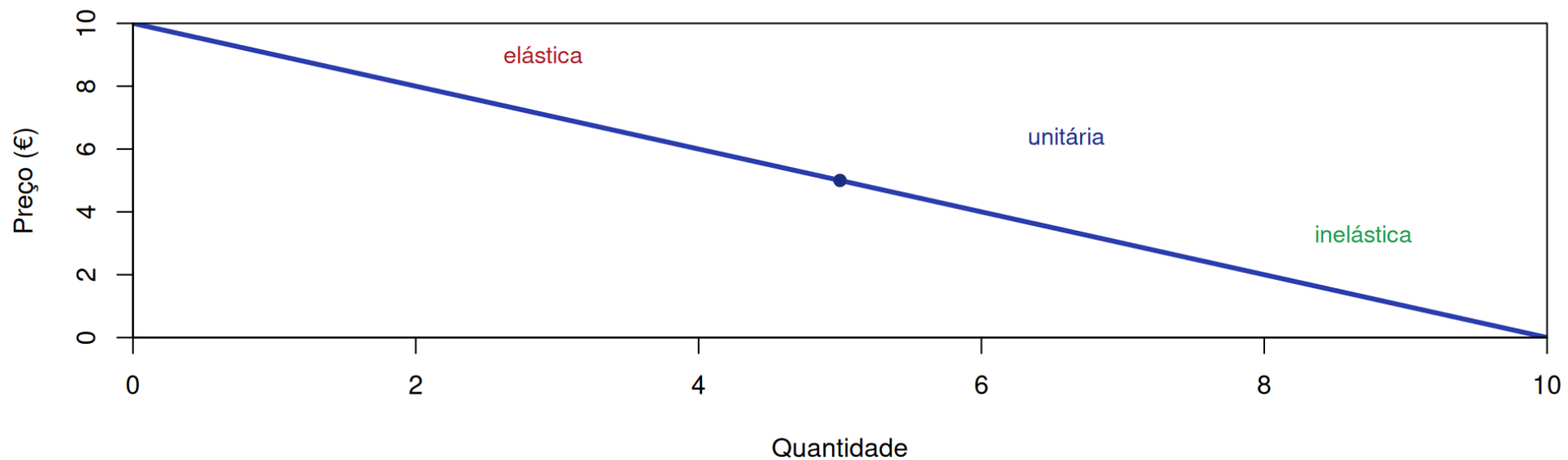
$$\varepsilon = -b \cdot \frac{P}{Q} = -b \cdot \frac{P}{a - bP}.$$

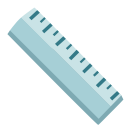
No topo da curva (P alto) é **elástica**; em baixo (P baixo) é **inelástica**; a meio tem **elasticidade unitária**.

Portanto “este bem é elástico” é uma afirmação sobre um **ponto**, não sobre uma curva. O declive é constante, a elasticidade varia ao longo dela. ⚠



Ver a Variação





Ponto ou Arco?

Entre dois pontos observados, a variação percentual depende de qual usas como partida. A fórmula do **ponto médio** (arco) evita isso:

$$\varepsilon_{arco} = \frac{\Delta Q}{(Q_1 + Q_2)/2} \bigg/ \frac{\Delta P}{(P_1 + P_2)/2}$$

É uma aproximação discreta do mesmo objeto. Usamos sempre a definição **pontual**, porque já sabes cálculo e a fórmula do arco é só o que se faz quando se tem apenas duas linhas de dados. 

 A OpenStax *Micro* 3e, [§5.1](#) trabalha com a fórmula do ponto médio, e é por isso que os seus números diferem dos nossos. Também apresenta elasticidades estimadas para bens reais.



O que Torna a Procura Elástica



Substitutos. Quantos mais, mais elástica. É o fator dominante.



Peso no orçamento. O sal é inelástico em parte porque ninguém repara no preço.



Tempo. Com um ano, as pessoas mudam de sistema de aquecimento; com um dia, não. As elasticidades de longo prazo são sempre maiores.



Como se define o mercado. A procura de “café” é inelástica; a de “café desta marca”, muito elástica. Quanto mais estreita a definição, mais elástica.

? Escolha Múltipla 3

Ao longo de uma procura linear $Q = a - bP$, a elasticidade em valor absoluto:

A. É constante ao longo da curva, e igual a b .

B. Sobe à medida que o preço desce.

C. Não está definida exceto no ponto médio.

D. Desce à medida que o preço desce.

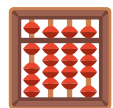
✓ **D.** $|\varepsilon| = bP/(a - bP)$ é crescente em P , por isso os preços mais baixos ficam na região inelástica. A opção A confunde o **declive**, que é constante, com a **elasticidade**, que não é.

? Escolha Múltipla 4

A procura é $Q = AP^{-2}$. Uma subida de 1 por cento no preço faz variar a quantidade em cerca de:

- A. 2 por cento para cima.
- B. 2 por cento para baixo.
- C. 0,5 por cento para baixo.
- D. Depende do preço de partida.

✓ B. $\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = -2AP^{-3} \cdot \frac{P}{AP^{-2}} = -2$ em todos os preços, portanto a quantidade cai cerca do dobro da subida percentual do preço, a partir de **qualquer** ponto. A opção D estaria certa para uma procura linear e aqui está errada. Uma procura com a mesma elasticidade em todos os preços tem um nome, que a Parte 3 lhe dá.



Pergunta Numérica

Procura $Q = 100 - 4P$, com P em euros.

- a) Encontra Q em $P = 10$, e a elasticidade nesse ponto.
- b) Diz se a procura é elástica ou inelástica nesse ponto.
- c) A que preço tem a procura elasticidade unitária?
- d) A que preço está o ponto de saída, onde a quantidade chega a zero?



Solução

a) $Q = 100 - 40 = 60$, e $\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = -4 \times \frac{10}{60} \approx -0,67$.

b) $|\varepsilon| = 0,67 < 1$: **inelástica** nesse ponto.

c) $|\varepsilon| = 1$ exige $4P = 100 - 4P$, portanto $P = 12,5$ euros e $Q = 50$. Repara que é o **ponto médio** de uma procura linear, sempre.

d) $Q = 0$ em $P = 25$ euros, onde $|\varepsilon| \rightarrow \infty$. Na outra ponta, $P = 0$, a elasticidade é zero. A gama toda é percorrida ao longo de uma só reta. 

Parte 3 · Receita, e as Outras Elasticidades

Elasticidade e Receita

A receita é $R = P \cdot Q$. Derivando em ordem ao preço,

$$\frac{dR}{dP} = Q + P \frac{dQ}{dP} = Q (1 + \varepsilon).$$

Se $|\varepsilon| < 1$: subir o preço **aumenta** a receita. Se $|\varepsilon| > 1$: **reduz**. A receita é máxima quando $|\varepsilon| = 1$.

Isto diz a uma empresa para que lado mexer no preço. 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §5.3, “Does Raising Price Bring in More Revenue?”



A Ligação à Receita Marginal

Agora deriva em ordem à **quantidade**:

$$RMg = \frac{dR}{dQ} = P + Q \frac{dP}{dQ} = P \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right).$$

Duas leituras. Vender mais uma unidade traz o preço, **menos** aquilo de que abdicaste ao baixar o preço de tudo o resto.

E $RMg < P$ sempre que a procura tem inclinação negativa.
Lembra-te desta fórmula: é o centro do **poder de mercado** na próxima sessão. 



Elasticidade-Rendimento

Como muda a quantidade quando o **rendimento** M muda?

$$\varepsilon_M = \frac{dQ}{dM} \cdot \frac{M}{Q}.$$

$\varepsilon_M > 0$: um bem **normal**. $\varepsilon_M < 0$: um bem **inferior**. $\varepsilon_M > 1$: um bem **de luxo**. 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §5.4, "Income Elasticity of Demand".



Elasticidade-Preço Cruzada

Como muda a quantidade de um bem quando o preço de **outro** bem Y muda?

$$\varepsilon_{XY} = \frac{dQ_X}{dP_Y} \cdot \frac{P_Y}{Q_X}.$$

$\varepsilon_{XY} > 0$: **substitutos** (chá e café). $\varepsilon_{XY} < 0$: **complementos** (um carro e combustível). 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §5.4, “Cross-Price Elasticity of Demand”.



Procura com Elasticidade Constante

A Escolha Múltipla 4 deu-te uma forma: $Q = A P^{-\eta}$ tem $\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = -\eta$ em todos os preços.

Dá o mesmo tratamento ao rendimento e ao preço do outro bem, e escreve os expoentes como as próprias elasticidades:

$$Q = A P^{\varepsilon} M^{\varepsilon_M} P_Y^{\varepsilon_{XY}}$$

Aplica logaritmos: $\ln Q = \ln A + \varepsilon \ln P + \varepsilon_M \ln M + \varepsilon_{XY} \ln P_Y$. Cada elasticidade é o **declive de uma regressão log-log**, e é constante.

Que é exatamente como as elasticidades se estimam na prática, e é por isso que vais ver modelos de procura escritos em logaritmos. 

As Três, de Volta ao Problema do Consumidor

A sessão 2 resolveu a Cobb-Douglas: $x^* = \frac{\alpha M}{p_x}$. Lê as três elasticidades diretamente daí.

$\varepsilon = -1$, elasticidade exatamente unitária **em todo o lado**. $\varepsilon_M = 1$, portanto normal e nunca de luxo. $\varepsilon_{XY} = 0$, portanto nem substituto nem complemento.

São três restrições que a forma funcional impõe: é a forma log-log com os expoentes fixados em -1 , 1 e 0 . A Cobb-Douglas é conveniente e **estreita**, e um sistema de procura estimado com dados reais rejeita as três.

Uma forma funcional decide as tuas respostas antes de veres os dados. ⚠

A forma log-log liberta os três expoentes. Fazer o mesmo à função de utilidade é o passo seguinte. 👉



O que se Usa na Prática

A solução tem sempre a mesma forma: acrescentar parâmetros até as elasticidades serem coisas que **estimas** e não coisas que a álgebra te deu.

🪚 **CES**, o passo seguinte barato. Um parâmetro extra, a elasticidade de substituição σ . A Cobb-Douglas é exatamente o caso $\sigma = 1$. Continua a ser um número para cada par de bens, mas já não é *obrigado* a ser um.



Análise de Sensibilidade

Para quem vai para finanças, a elasticidade é **análise de sensibilidade** com outro nome.

Quanto muda a procura do produto da empresa se um concorrente baixar o preço 5 por cento? Isso é a elasticidade-preço cruzada.

Quanto cai a procura numa recessão? Isso é a elasticidade-rendimento. As mesmas fórmulas, aplicadas a modelos de receita. 

? Escolha Múltipla 5

Uma empresa vende atualmente onde a procura é **inelástica**. Para aumentar a receita deve:

- A. Baixar o preço, porque a quantidade vai reagir fortemente.
- B. Subir o preço, porque a quantidade cai menos do que proporcionalmente.
- C. Deixar o preço como está, porque a receita já está no máximo.
- D. Baixar o preço, porque a receita sobe sempre quando o preço desce.

✓ **B.** Com $|\varepsilon| < 1$ temos $dR/dP = Q(1 + \varepsilon) > 0$. A receita continua a subir com o preço até ao ponto de elasticidade unitária, onde $dR/dP = 0$.

? Escolha Múltipla 6

A elasticidade-preço cruzada entre dois bens é **negativa**. Os bens são:

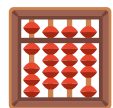
A. Complementos.

B. Substitutos.

C. Independentes um do outro.

D. Ambos bens inferiores.

☒ **A.** O preço de um sobe e a procura do outro cai, por isso são consumidos em conjunto: complementos. Repara que é a elasticidade-rendimento, e não a elasticidade-preço cruzada, que classifica um bem como inferior.



Pergunta Numérica

A procura de um produto foi estimada como
 $\ln Q = 6 - 1,5 \ln P + 0,8 \ln M + 0,4 \ln P_Y$.

- a) Indica as três elasticidades.
- b) O bem é normal, inferior ou de luxo?
- c) Y é um substituto ou um complemento?
- d) A empresa sobe o preço 4 por cento. O que acontece à receita, aproximadamente?



Solução

- a) Numa forma log-log os coeficientes **são** as elasticidades: $\varepsilon = -1,5$, $\varepsilon_M = 0,8$, $\varepsilon_{XY} = 0,4$.
- b) $0 < \varepsilon_M < 1$: **normal**, mas não de luxo. A procura cresce com o rendimento, mais devagar do que o rendimento.
- c) $\varepsilon_{XY} > 0$: um **substituto**. Y ficar mais caro manda compradores para este lado.
- d) $|\varepsilon| = 1,5 > 1$, portanto a receita **cai**. A quantidade desce cerca de $1,5 \times 4 = 6$ por cento contra uma subida de preço de 4 por cento, para uma variação líquida perto de -2 por cento.



Síntese



O que Levar desta Sessão

✚ A procura de mercado são as procuras individuais **somadas na horizontal**. Tem inclinação negativa porque a de cada consumidor tem.



O **excedente do consumidor** é o valor acima do preço: a área abaixo da procura e acima do preço, ou um integral se preferires.



A elasticidade é uma **derivada normalizada**, $d \ln Q / d \ln P$. Ao longo de uma procura linear vai de elástica no topo a inelástica em baixo.



$dR/dP = Q(1 + \varepsilon)$ diz a uma empresa para que lado mexer no preço, e $RMg = P(1 + 1/\varepsilon)$ é o mesmo facto do lado da quantidade.



As elasticidades rendimento e cruzada classificam os bens: normal ou inferior, substituto ou complemento.

Próxima Sessão

Produção, Custos e Estruturas de Mercado.

Já temos os compradores. A seguir construímos o **vendedor**: de onde vêm os custos, porque é que a oferta é o custo marginal, e o que muda quando uma empresa enfrenta a curva da procura inteira. 

Até para a semana. 