



Ciências
ULisboa

Faculdade
de Ciências
da Universidade
de Lisboa

Princípios de Economia e Gestão I

Sessão 2 · Escolha do Consumidor

Introdução

De Onde Vimos

A sessão 1 deu a lógica toda de uma escolha racional: o **excedente** $B - C$, e o **custo de oportunidade** que decide entre opções.

Mostrou também que um declive pode ser um custo de oportunidade. Era a TMT da fronteira de produção, para uma economia inteira. 

Hoje a mesma leitura volta do lado do consumidor, e escrevemos o problema como deve ser e **resolvemo-lo**. A matemática já a tens; só estamos a fornecer a economia.

 Tradução para português dos slides em inglês. A versão de referência é a inglesa.



O Mapa de Hoje

1. 📜 O que assumimos sobre as preferências, e para que serve a utilidade
2. ⚠️ Porque o **número** que a utilidade dá não tem informação
3. 📈 Curvas de indiferença, e o que é o seu declive
4. 💶 O conjunto orçamental, e o que o faz mexer
5. 🧮 $\max U$ sujeito à restrição, direto ao **Lagrangiano**
6. 💡 λ como **preço-sombra**
7. 📉 A solução como função dos preços e do rendimento: a **procura marshalliana**
8. ➕ Uma segunda forma funcional, e porque é a forma que decide as respostas

Acabamos com uma função procura na mão. A próxima sessão transforma-a num mercado.



Parte 1 · Preferências e Utilidade



O que Assumimos sobre as Preferências

Antes de qualquer função, quatro hipóteses sobre a ordenação $\succsim$ dos cabazes:

Completas: para quaisquer dois cabazes, o consumidor consegue dizer qual prefere, ou que lhe são indiferentes.

Transitivas: se $a \succsim b$ e $b \succsim c$ então $a \succsim c$. Sem isto não há um “melhor” cabaz para encontrar.

Monótonas: mais é melhor.

Convexas: as médias são pelo menos tão boas como os extremos.



O que Assumimos sobre as Preferências

Completas e transitivas são o que nos deixa sequer falar de um melhor cabaz.

A completude exclui o “não sei dizer”. Põe quaisquer dois cabazes à frente do consumidor e há uma resposta.

A transitividade exclui ciclos. Supõe que $a \succ b$, $b \succ c$, e $c \succ a$.

Então vendo-te a pelo teu c mais um cêntimo, depois b pelo teu a mais um cêntimo, depois c pelo teu b mais um cêntimo. Ficas com o que tinhas no início, três cêntimos mais leve, e eu posso repetir.

Um consumidor com preferências intransitivas é uma máquina de me tornar rico. Por isso assumimos que não existe.



O que Assumimos sobre as Preferências

Monótonas e **convexas** são sobre a forma, e as duas podem falhar.

Monótonas diz que mais é melhor. Falha para um **mal**: ninguém quer mais barulho, mais poluição, mais risco. 📢

Falha também na saciedade. O décimo quinto café pode valer menos do que nada. ☕

Convexas diz que as médias são pelo menos tão boas como os extremos. Meio café e meio bolo é melhor do que dois cafés ou dois bolos, para a maioria das pessoas.

Falha quando dois bens não se misturam. Meia dose de arroz com meia dose de cereais de pequeno-almoço é pior do que uma dose inteira de qualquer um deles. 🍲

Utilidade

Com essas hipóteses, podemos representar $\succsim$ por uma função **utilidade** $U(x, y)$.

É uma **representação**, nada mais: $U(a) \geq U(b)$ quer dizer exatamente $a \succsim b$.

Escrevemos sempre $U_x \equiv \partial U / \partial x$. A monotonia é $U_x > 0$ e $U_y > 0$; a utilidade marginal decrescente é $U_{xx} < 0$ e $U_{yy} < 0$: o décimo café vale menos do que o primeiro. ☕

Cuidado com estas duas: $U_{xx} < 0$ é uma propriedade da **função**, enquanto a convexidade das preferências é uma propriedade dos seus **conjuntos de nível**: o conjunto dos cabazes pelo menos tão bons como um dado cabaz é convexo. Só a segunda é uma afirmação sobre preferências, pela razão do próximo slide. ⚠

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §6.1 "Consumption Choices", "Total Utility and Diminishing Marginal Utility".



A Utilidade é Ordinal, Não Cardinal

Este ponto custa um slide e poupa muita confusão mais à frente.

Se f é estritamente crescente, U e $f(U)$ descrevem **exatamente as mesmas preferências**. $U = xy$ e $V = \ln x + \ln y$ são o mesmo consumidor.

Portanto o **número** que a utilidade dá não tem significado. Só a **ordenação** sobrevive, e com ela qualquer rácio como U_x/U_y .

“A Ana tem 40 utils e o Bruno 20, por isso a Ana é duas vezes mais feliz” não é uma afirmação que a economia possa fazer. 



A Utilidade é Ordinal, Não Cardinal

Toma $U = xy$ e $V = \ln x + \ln y$, e três cabazes:

Cabaz	$U = xy$	$V = \ln x + \ln y$
(1, 4)	4	1,386
(2, 2)	4	1,386
(3, 3)	9	2,197

Os números são diferentes. A ordenação é idêntica, e os dois primeiros cabazes continuam empatados.

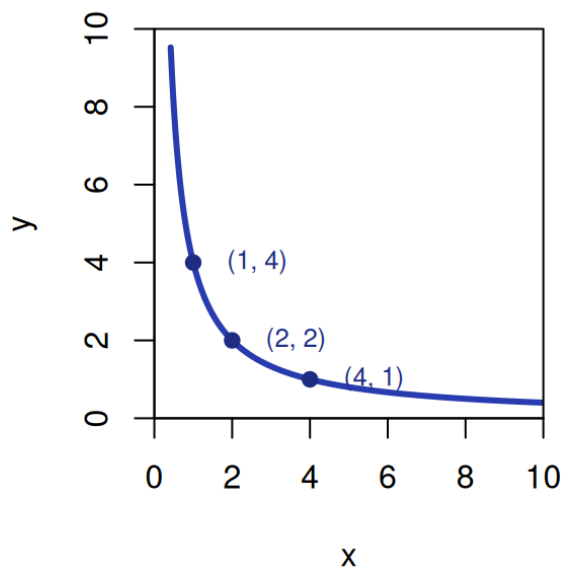
E o rácio sobrevive: $V_x/V_y = (1/x)/(1/y) = y/x$, que é o que U dá. Tudo o que vamos fazer a seguir assenta nesse rácio. 



Curvas de Indiferença

Se só a ordenação sobrevive, desenha a ordenação. Fixa um número e junta todos os cabazes que o dão.

Com $U = xy$, os cabazes que valem exatamente 4:

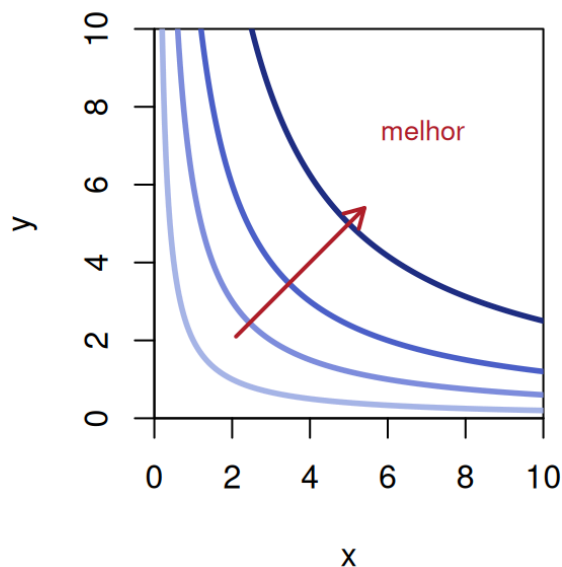


Todos os cabazes da curva valem o mesmo para este consumidor. É isso que indiferente quer dizer.



Curvas de Indiferença

Muda o número e tens outra curva. Faz isso repetidamente e tens o **mapa**:



As curvas mais afastadas são melhores, porque mais é melhor. Nunca se cruzam: um cabaz não pode estar em duas ordenações diferentes. E $V = \ln x + \ln y$ desenha **estas mesmas curvas**, com números diferentes. ↺



O Declive de uma Curva de Indiferença

Ao longo de uma curva, U não muda. Toma o diferencial total e iguala-o a zero:

$$U_x dx + U_y dy = 0 \quad \implies \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{U_x}{U_y}$$

Portanto o rácio U_x/U_y **é** o declive da curva que acabaste de desenhar, a menos do sinal. 

Responde a uma pergunta: de quanto y abdica este consumidor por mais um x , ficando exatamente tão bem como estava?

Guarda essa pergunta. Na Parte 2 é o **mercado** que responde à mesma, com p_x/p_y . 



Duas Formas a Ter em Mente

Dois casos limite são convexos, mas só à justa:

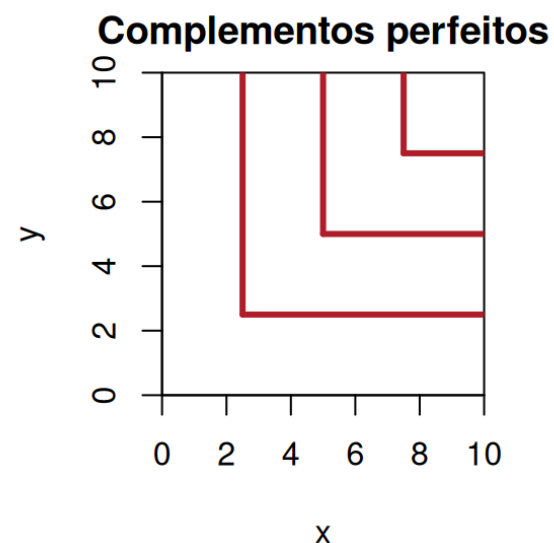
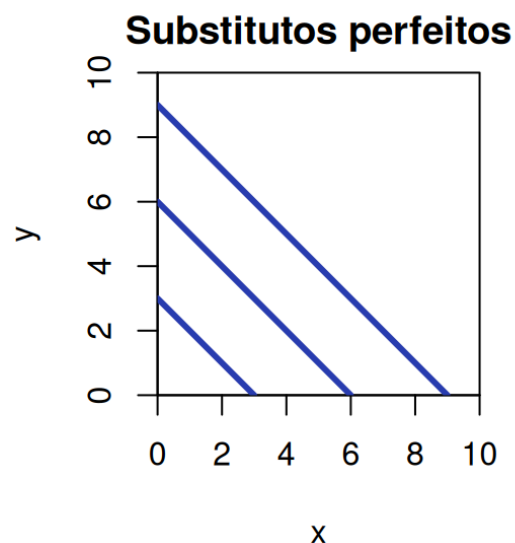
 **Substitutos perfeitos:** $U = ax + by$. Aqui $U_x/U_y = a/b$ em qualquer cabaz, por isso o consumidor abdica de y por x à mesma taxa de troca, tenha o que tiver.

 **Complementos perfeitos:** $U = \min\{ax, by\}$. Os bens usam-se em proporções fixas, e mais x sem mais y não acrescenta nada. No vértice de cada curva, U_x/U_y não existe.

Voltamos aos dois na Parte 2, quando já houver preços. ⚠



Duas Formas a Ter em Mente



Retas à esquerda: o declive é $-a/b$ em todo o lado, por isso a troca nunca muda ao longo de uma curva.

Ângulos retos à direita: a partir do vértice, só mais x ou só mais y deixa o consumidor na mesma curva. No vértice não há declive nenhum. 

? Escolha Múltipla 1

$U = xy$ é substituída por $V = \ln x + \ln y$. As curvas de indiferença de V :

- A. São as mesmas curvas de U , com números diferentes.
 - B. São diferentes, porque os números da utilidade são mais pequenos.
 - C. São retas, porque V é uma soma.
 - D. Não podem ser desenhadas onde V é negativa, ou seja onde $xy < 1$.
- ✓ **A.** $V = \ln U$ é uma transformação estritamente crescente, por isso ordena todos os pares de cabazes da mesma maneira e representa as mesmas preferências. Confirma o rácio: $V_x/V_y = (1/x)/(1/y) = y/x$, exatamente o que U dá.

Pergunta de Discussão

Para $U(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$, com $0 < \alpha < 1$:

Mostra que $\frac{U_x}{U_y} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{y}{x}$, e diz de que depende.

$$U_x = \alpha x^{\alpha-1} y^{1-\alpha} \text{ e } U_y = (1 - \alpha) x^\alpha y^{-\alpha}.$$

Dividindo, $\frac{U_x}{U_y} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{y}{x}$. Depende só do **rácio** y/x , não do nível de utilidade. 

Parte 2 · O Problema do Consumidor



O Conjunto Orçamental

Com rendimento M e preços p_x, p_y , o consumidor pode comprar qualquer cabaz com

$$p_x x + p_y y \leq M$$

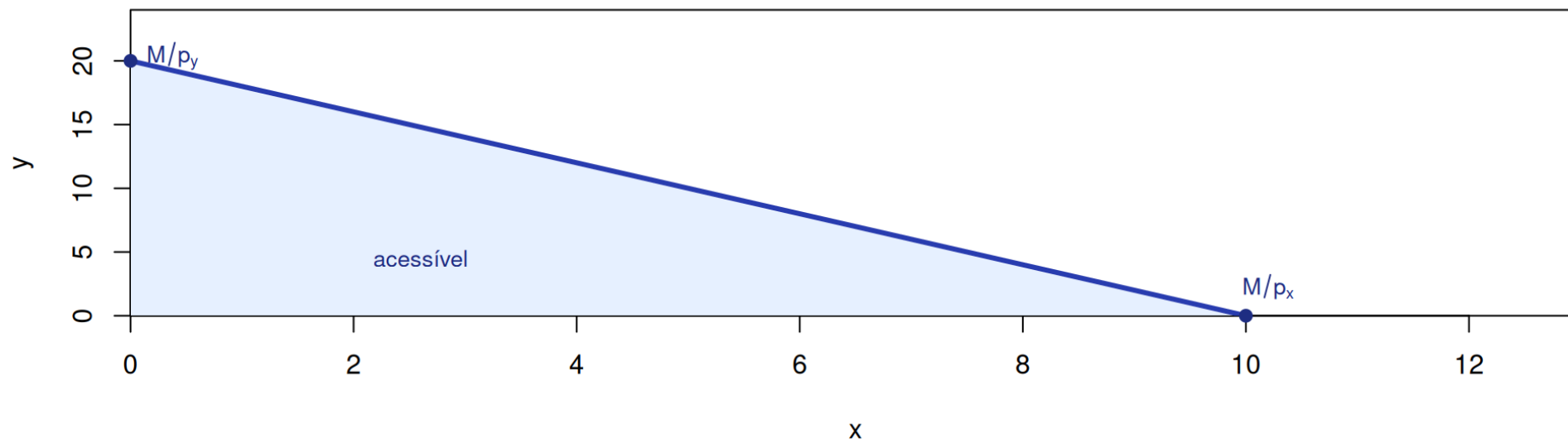
A fronteira é a **restrição orçamental**, uma reta de declive $-p_x/p_y$: a taxa a que o **mercado** te deixa trocar x por y . 

Essa taxa **é** um custo de oportunidade, no sentido da sessão 1: mais um x custa p_x/p_y unidades de y . A *TMT* dizia de que abdica a **economia**; p_x/p_y diz de que abdica o **consumidor**. 

Com preferências monótonas o consumidor nunca para dentro do conjunto, por isso a restrição verifica-se com **igualdade**. É isso que nos deixa usar um Lagrangiano.



O Conjunto Orçamental

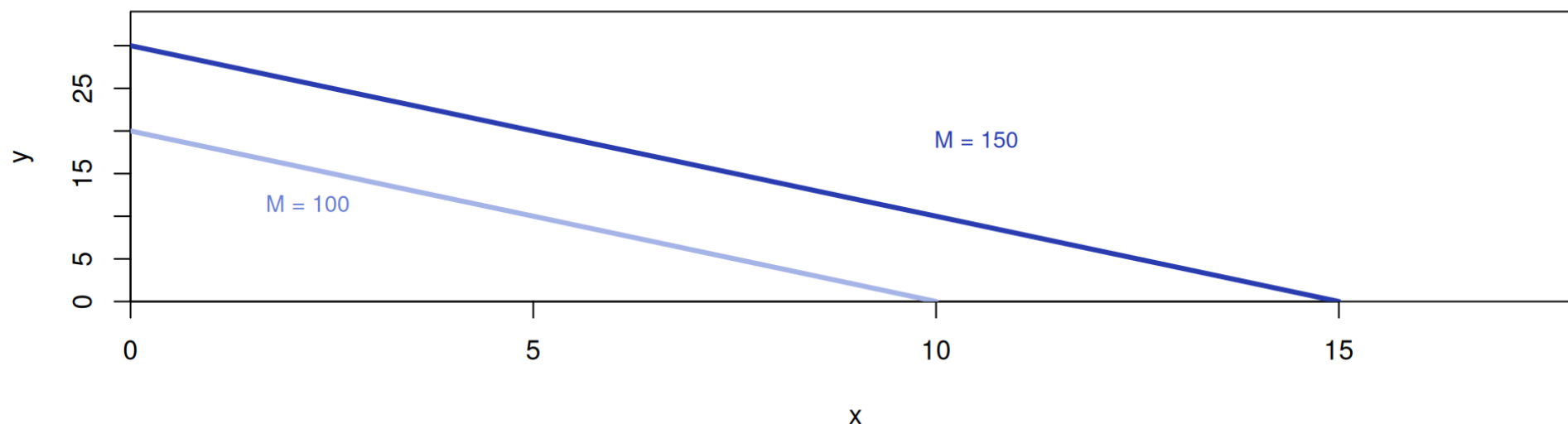


Com $M = 100$, $p_x = 10$ e $p_y = 5$: no máximo 10 de x , no máximo 20 de y , e a reta entre os dois tem declive $-p_x/p_y = -2$.



O Conjunto Orçamental

Sobe o rendimento para 150, com os preços iguais:

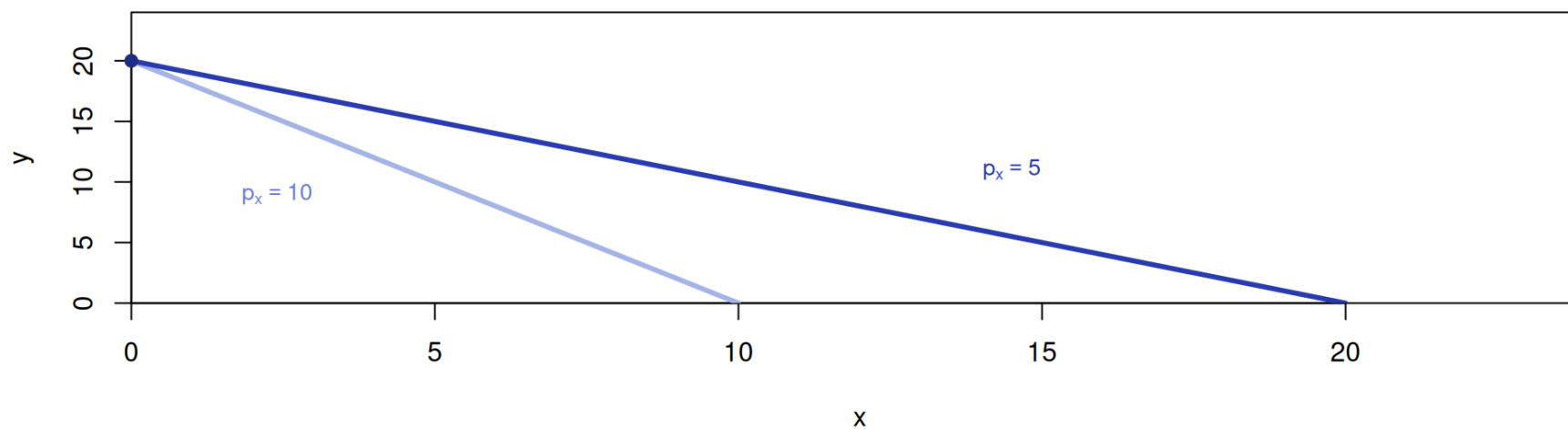


A reta desloca-se **para fora, paralela**. Nenhum preço mudou, por isso a taxa a que o mercado te deixa trocar x por y é a mesma. Simplesmente consegues comprar mais dos dois.



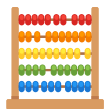
O Conjunto Orçamental

Agora mantém o rendimento em 100 e deixa p_x descer de 10 para 5:



A reta **roda** em torno da ordenada na origem. Gastar tudo em y compra exatamente o que comprava antes, e o declive passou de -2 para -1 : x está agora mais barato em termos de y .

Fonte: OpenStax *Micro 3e*, §2.1 "How Individuals Make Choices Based on Their Budget Constraint".



O Problema, Escrito

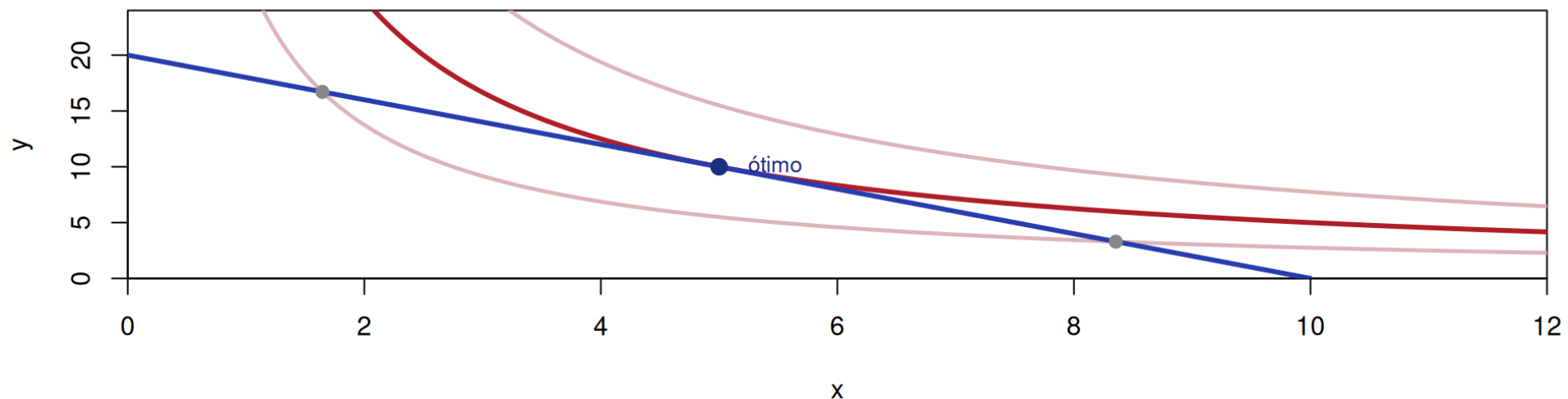
Tudo até aqui cabe numa linha:

$$\max_{x, y} U(x, y) \quad \text{sujeito a} \quad p_x x + p_y y = M$$

Um objetivo suave, uma restrição linear. Já resolveste esta forma muitas vezes. Com **preferências estritamente convexas** as condições de primeira ordem são **suficientes**, e a solução é única, por isso não há verificação de segunda ordem a fazer.

Por isso vamos direto ao **Lagrangiano**, e gastamos o tempo no que a solução *quer dizer* e não em como encontrá-la.

A Solução, Desenhada



O melhor cabaz acessível é onde uma curva de indiferença apenas **toca** a reta orçamental.

A Solução, Desenhada

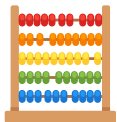
Os dois cabazes cinzentos daquela figura também são acessíveis, e estão ambos numa curva **mais baixa**.

Entre eles o consumidor consegue fazer melhor, e o melhor que consegue é o ponto de contacto. 

Nesse ponto os dois declives coincidem:

$$-\frac{U_x}{U_y} = -\frac{p_x}{p_y}$$

A taxa a que o consumidor está disposto a trocar é igual à taxa a que o mercado troca. Que é a equação que vamos tirar do Lagrangiano. 



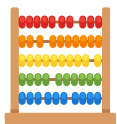
O Lagrangiano

$$\mathcal{L} = U(x, y) + \lambda (M - p_x x - p_y y)$$

Condições de primeira ordem:

$$U_x = \lambda p_x, \quad U_y = \lambda p_y, \quad p_x x + p_y y = M$$

Três equações, três incógnitas (x, y, λ) . Resolvê-las é o problema todo.



O Lagrangiano

Faz uma vez com números. $U = xy$, $p_x = 10$, $p_y = 5$, $M = 100$:

$$\mathcal{L} = xy + \lambda(100 - 10x - 5y)$$

$$\mathcal{L}_x = y - 10\lambda = 0, \quad \mathcal{L}_y = x - 5\lambda = 0, \quad 100 - 10x - 5y = 0$$

Das duas primeiras, $y = 10\lambda$ e $x = 5\lambda$. Põe na terceira: $100 = 50\lambda + 50\lambda$, portanto $\lambda = 1$.

Então $x^* = 5$ e $y^* = 10$, que custam $10(5) + 5(10) = 100$. ✓

Que é o cabaz para onde a figura de há dois slides apontava. 🎯



Ler as Condições de Primeira Ordem

Divide as duas primeiras:

$$\frac{U_x}{U_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

Rearranjado ao contrário, $\frac{U_x}{p_x} = \frac{U_y}{p_y}$: a **utilidade marginal por euro** é a mesma em todas as direções.

Se não fosse, passavas um euro do bem com menor retorno para o de maior retorno e ganhavas. A condição é exatamente “não sobra nenhuma melhoria grátis”.



Ler as Condições de Primeira Ordem

Supõe que falha. Num cabaz acessível, $U_x/p_x = 3$ e $U_y/p_y = 1$.

Tira um euro de y e põe-no em x . Perdes 1 unidade de utilidade e ganhas 3. Saldo: **+2**. 

Portanto aquele cabaz não era o melhor. Continua a mudar euros enquanto os dois lados forem diferentes.

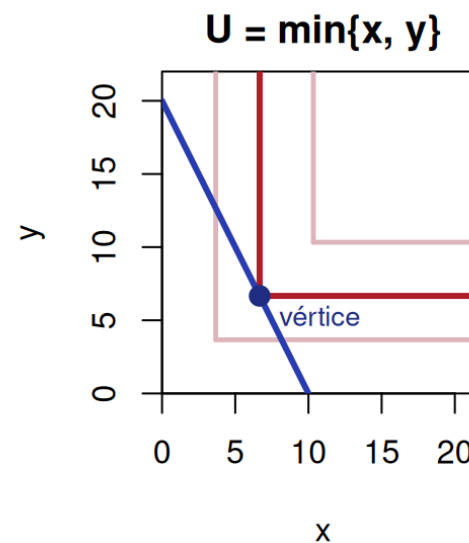
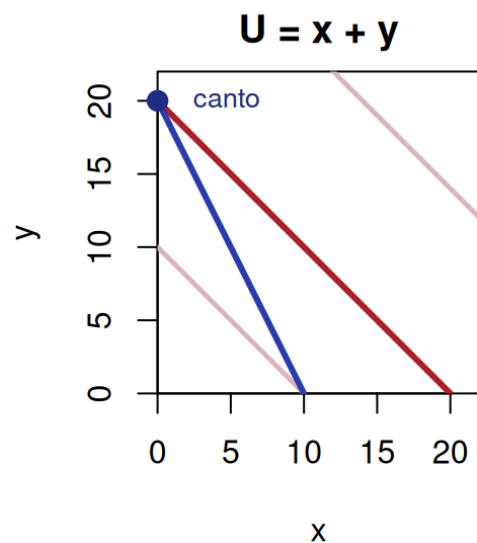
À medida que x sobe U_x desce, e à medida que y desce U_y sobe, por isso os dois rácios aproximam-se. Encontram-se exatamente onde as condições de primeira ordem se verificam, e aí já não há nada a ganhar. 

 Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §6.1, "Choosing with Marginal Utility", que chega à mesma regra de forma aritmética.



Duas Formas a Ter em Mente

De volta às duas formas da Parte 1, agora com $p_x = 10$, $p_y = 5$ e $M = 100$:



Nenhum dos dois ótimos é um ponto onde uma curva toca a reta orçamental com o mesmo declive.



Duas Formas a Ter em Mente

Aplica o argumento de mudar euros a $U = x + y$:

$U_x/p_x = 1/10$ e $U_y/p_y = 1/5$, em **qualquer** cabaz. Passar um euro de x para y dá sempre ganho.

Os dois rácios nunca se encontram, por isso o consumidor continua a mudar euros até não sobrar x nenhum: o **canto** $x^* = 0$, $y^* = 20$. Aí as condições de primeira ordem não se verificam com igualdade.

Para $U = \min\{x, y\}$, U_x/U_y não existe no vértice, por isso não há nada para igualar a p_x/p_y . O ótimo vem do próprio vértice, $x = y$, e do orçamento: $15x = 100$, portanto $x^* = y^* = 20/3$.

Atenção aos dois nas fichas de exercícios. ⚠



O que λ É de Facto

O ótimo depende daquilo que o consumidor enfrenta. Muda p_x , p_y ou M e as condições dão um (x^*, y^*) diferente.

Portanto a utilidade atingida no ótimo também é uma função dos preços e do rendimento:

$$U^*(p_x, p_y, M) = U(x^*(p_x, p_y, M), y^*(p_x, p_y, M))$$

Utilidade indireta: a utilidade do melhor cabaz acessível, como função dos preços e do rendimento.

Em termos de otimização, U^* é a **função valor** do problema do consumidor: o objetivo maximizado, como função dos parâmetros (p_x, p_y, M) .

Com $U = xy$, $p_x = 10$, $p_y = 5$ e $M = 100$ encontrámos $x^* = 5$ e $y^* = 10$, portanto $U^* = 50$. A Parte 3 olha para o próprio $x^*(\cdot)$; para λ só precisamos de U^* .



O que λ É de Facto

De qualquer condição de primeira ordem, $\lambda = U_x/p_x = U_y/p_y$.

Pelo teorema do envelope, a derivada de U^* em ordem a M é a derivada de $\mathcal{L}$ só em ordem ao M explícito, no ótimo:

$$\frac{\partial U^*}{\partial M} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M} = \lambda > 0$$

λ é a **utilidade marginal do rendimento**: o que mais um euro de orçamento vale para este consumidor. Um **preço-sombra**.

Guarda-o. A mesma leitura volta para a empresa na sessão 4, e para o orçamento do Estado na sessão 12. 



O que λ É de Facto

De volta a $U = xy$, $p_x = 10$, $p_y = 5$, $M = 100$, onde encontrámos $\lambda = 1$ e $U^* = 5 \times 10 = 50$.

Sobe o rendimento para $M = 101$ e refaz: $x^* = 5,05$, $y^* = 10,1$, portanto $U^* = 51,005$.

O euro extra comprou **1,005** unidades de utilidade, contra um $\lambda = 1$ previsto. A diferença é o termo de segunda ordem: λ é uma derivada, por isso só é exato no limite. 

Agora, em vez disso, sobe p_x para 20, com $M = 100$. Então $x^* = 2,5$, $y^* = 10$, e $\lambda = U_x/p_x = 10/20 = 0,5$.

O mesmo euro de rendimento vale **metade**, porque o cabaz que compra é pior. É isso que faz de λ um preço. 

? Escolha Múltipla 2

Em $\mathcal{L} = U(x, y) + \lambda(M - p_x x - p_y y)$, o multiplicador λ é:

A. O rácio de preços p_x/p_y .

B. A utilidade marginal do rendimento.

C. A utilidade total do consumidor no ótimo.

D. Sempre igual a um num ótimo interior.

☒ **B.** Das condições de primeira ordem $\lambda = U_x/p_x = U_y/p_y$, a utilidade marginal por euro. Pelo teorema do envelope é exatamente $\partial U^* / \partial M$.

? Escolha Múltipla 3

No ótimo $U_x/U_y = p_x/p_y$. Supõe em vez disso que $U_x/p_x > U_y/p_y$. O consumidor deve:

- A. Parar: o cabaz já é ótimo.
 - B. Comprar menos dos dois bens.
 - C. Passar um euro de y para x , o que aumenta a utilidade.
 - D. Aumentar o rendimento, a única maneira de ganhar.
- ✓ C. Um euro gasto em x compra mais utilidade do que um euro gasto em y , por isso mudar a despesa dá ganho. Só quando os dois são iguais é que não sobra nada para ganhar.

? Escolha Múltipla 4

Para que preferências **não** deves esperar que as condições de primeira ordem se verifiquem com igualdade?

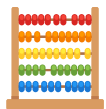
A. $U = x^{0,5}y^{0,5}$

B. $U = \ln x + 2 \ln y$

C. $U = x^{0,3}y^{0,7}$

D. $U = \min\{2x, y\}$

✓ **D.** Os complementos perfeitos têm uma quebra, por isso U não é diferenciável aí e a solução fica na quebra e não onde as derivadas se equilibram. As outras três são suaves.



Pergunta Numérica

$U(x, y) = x y$, com $p_x = 2$, $p_y = 1$ e $M = 20$ euros.

- a) Encontra o cabaz ótimo.
- b) Calcula λ e interpreta-o.
- c) Agora p_x desce para 1. Encontra o novo cabaz.
- d) Que parte do orçamento vai para cada bem, e porque é que isso não é por acaso?



Solução

- a) Das condições, $y/x = p_x/p_y = 2$, portanto $y = 2x$. Na restrição $2x + 2x = 20$, o que dá $x^* = 5$ e $y^* = 10$.
- b) $\lambda = U_x/p_x = y/p_x = 10/2 = 5$. Mais um euro de rendimento aumentaria a utilidade em cerca de 5 unidades.
- c) Agora $y/x = 1$, portanto $y = x$, e $x + x = 20$ dá $x^* = y^* = 10$. A quantidade de x duplicou.
- d) $p_x x^* = 10$ e $p_y y^* = 10$: **metade do orçamento em cada, das duas vezes**. A Cobb-Douglas $x^\alpha y^{1-\alpha}$ gasta sempre as partes constantes α e $1 - \alpha$.

Parte 3 · A Procura Marshalliana



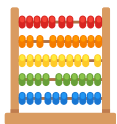
A Solução é uma Função

Resolve as três condições e a resposta é uma **regra**:

$$x^* = x(p_x, p_y, M), \quad y^* = y(p_x, p_y, M)$$

Procura marshalliana: a quantidade ótima, como função dos preços e do rendimento.

Qualquer pergunta sobre como um consumidor reage a qualquer coisa é uma pergunta sobre as derivadas desta função.



Cobb-Douglas, Resolvida

Toma $U = x^\alpha y^{1-\alpha}$. As condições dão $\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$, portanto $p_y y = \frac{1-\alpha}{\alpha} p_x x$.

Substitui em $p_x x + p_y y = M$:

$$x^* = \frac{\alpha M}{p_x}, \quad y^* = \frac{(1 - \alpha)M}{p_y}$$

Lê o resultado: a despesa em x é $p_x x^* = \alpha M$, uma **parte constante** do rendimento. É a assinatura da Cobb-Douglas. 



O que a Função Procura Diz



Preço próprio: $\frac{\partial x^*}{\partial p_x} = -\frac{\alpha M}{p_x^2} < 0$. A procura tem inclinação negativa.



Rendimento: $\frac{\partial x^*}{\partial M} = \frac{\alpha}{p_x} > 0$, um bem **normal**. Onde isto é negativo o bem é **inferior**.



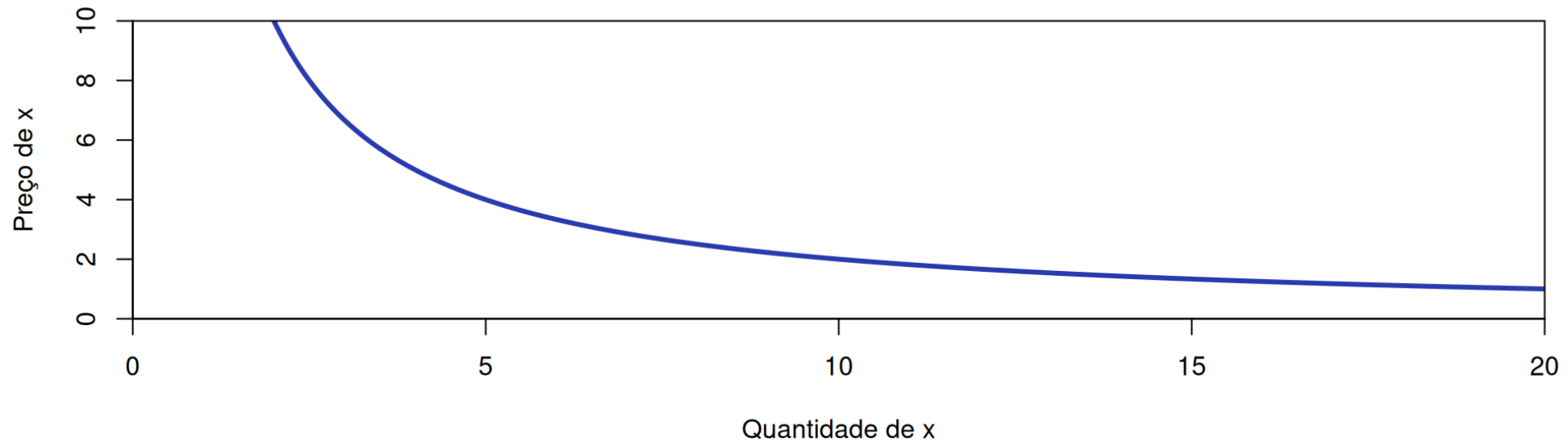
Preço do outro bem: aqui $\frac{\partial x^*}{\partial p_y} = 0$. A Cobb-Douglas é especial; em geral é aqui que vivem os substitutos e os complementos.

E x^* não muda se todos os preços e o rendimento duplicarem: a procura é **homogénea de grau zero**. Só os preços relativos contam.



Isto é a Curva da Procura

Fixa p_y e M , faz variar p_x , e desenha os pares (x^*, p_x) .

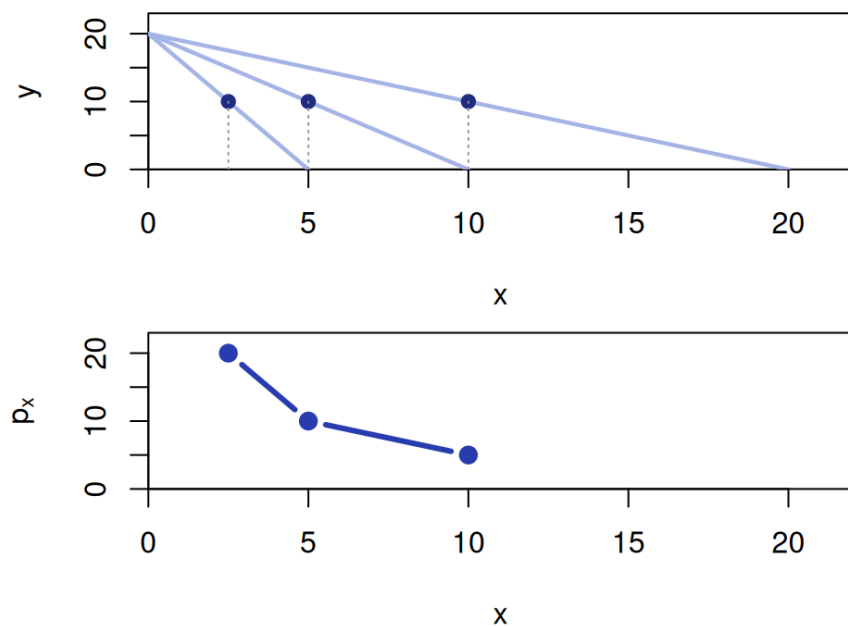


A **solução** do problema que acabámos de resolver, desenhada.



Isto é a Curva da Procura

De onde vem: três preços, três retas orçamentais, três ótimos. 🙌



Lê de cima para baixo: cada ótimo de cima dá um ponto ao painel de baixo. Liga-os e tens a curva da procura.

Fonte: OpenStax *Micro* 3e, §6.2, "The Foundations of Demand Curves".

+ Uma Segunda Forma: Quase-Linear

A Cobb-Douglas é uma forma funcional, e muito particular. Aqui está outra:

$$U(x, y) = v(x) + y$$

A utilidade é **linear** em y e curva só em x . Lê y como “tudo o resto”, medido em euros. 

Toma $v(x) = 2\sqrt{x}$, portanto $U_x = 1/\sqrt{x}$ e $U_y = 1$.

O declive de uma curva de indiferença é então $-U_x/U_y = -1/\sqrt{x}$. Depende só de x , e nada de y . 

+ Uma Segunda Forma: Quase-Linear

Confronta esse declive com o rácio de preços, com $p_y = 1$:

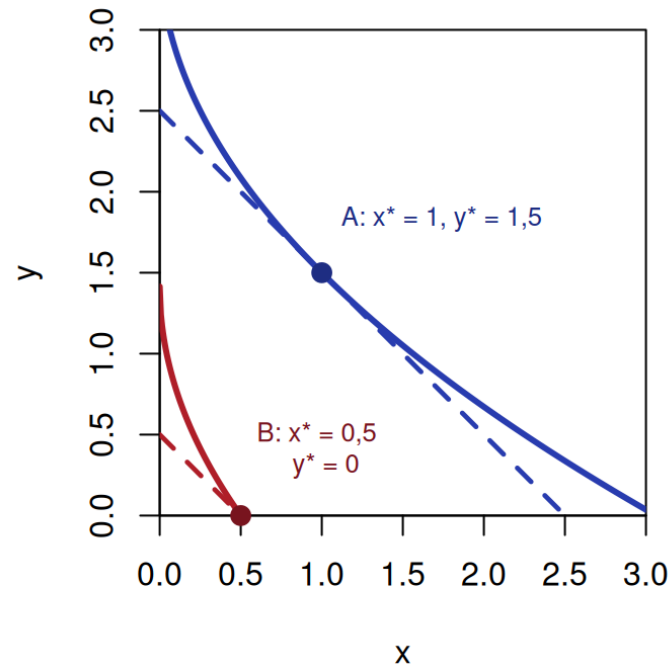
$$\frac{1}{\sqrt{x}} = p_x \quad \implies \quad x^* = \frac{1}{p_x^2}$$

Vê o que falta: M não aparece. 🔍

A procura de x não reage ao rendimento. Cada euro extra vai para y , e $y^* = M - 1/p_x$ é para onde foi.

Isto só vale enquanto M for grande o suficiente para pagar x^* . Abaixo disso o consumidor está num canto, e as condições de primeira ordem deixam de se verificar com igualdade. ⚠️

+ Uma Segunda Forma: Quase-Linear



Um consumidor, $p_x = p_y = 1$, dois rendimentos. Azul: $M = 2,5$. Vermelho: $M = 0,5$. As linhas a tracejado são os orçamentos.

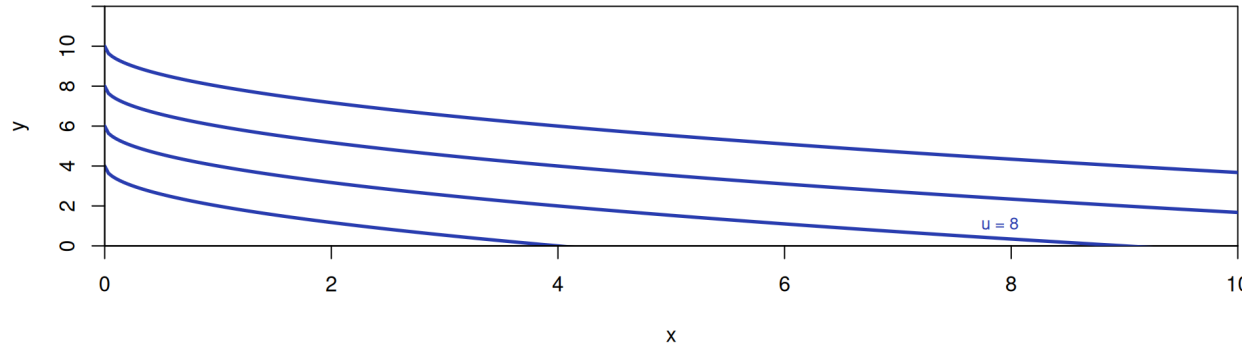
+ Uma Segunda Forma: Quase-Linear

Qualquer que seja M , a condição de primeira ordem pede $x^* = 1/p_x^2 = 1$, que custa 1.

A: com $M = 2,5$ isso é acessível. A curva toca a reta orçamental e o resto vai para y , $y^* = 1,5$.

B: com $M = 0,5$ não é. Portanto vai tudo para x : $x^* = 0,5$, $y^* = 0$. Aí a curva é mais inclinada do que a reta orçamental, $1/\sqrt{0,5} \approx 1,41 > 1$, por isso o consumidor ainda abdicaria de y por mais x ... mas já não sobra y nenhum.

+ Uma Segunda Forma: Quase-Linear



Cada curva é a mesma curva deslocada **na vertical**. Portanto o declive num dado x é idêntico em todas, e é exatamente por isso que M desapareceu.

Isto importa na sessão 3: com utilidade quase-linear a área debaixo da curva da procura **é** o ganho do consumidor em euros. Com Cobb-Douglas é uma aproximação. 



Duas Formas, Lado a Lado

	Cobb-Douglas $x^\alpha y^{1-\alpha}$	Quase-linear $2\sqrt{x} + y$
x^*	$\alpha M / p_x$	$1/p_x^2$
Reage ao rendimento	um para um na despesa	nada
Parte do rendimento em x	fixa em α	desce quando M sobe
Efeito de p_y	nenhum	nenhum

Nenhuma das duas é “o” consumidor. Cada uma é uma aposta sobre a forma, e a aposta decide as respostas antes de chegarem quaisquer dados. A sessão 3 volta a este ponto, com elasticidades. ↺

? Escolha Múltipla 5

Todos os preços e o rendimento duplicam. O cabaz ótimo do consumidor:

A. Duplica, porque o rendimento duplicou.

B. Cai para metade, porque está tudo mais caro.

C. Não muda: a procura é homogénea de grau zero.

D. Não pode ser determinado sem conhecer U .

✓ C. A restrição orçamental não muda quando os dois lados são multiplicados pelo mesmo fator, e o rácio de preços também não. Só contam os preços **relativos** e o rendimento **real**, e é por isso que a ilusão monetária é um erro e não uma preferência.

? Escolha Múltipla 6

Para $U = x^\alpha y^{1-\alpha}$, o rendimento sobe 10% com os preços fixos. A despesa em x :

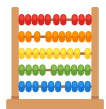
A. Sobe menos de 10%, porque parte vai para y .

B. Sobe exatamente 10%.

C. Não muda.

D. Depende de p_x e p_y .

✓ **B.** A despesa em x é αM , por isso acompanha o rendimento um para um. A **parte** α fica fixa, e é isso que torna a Cobb-Douglas conveniente e restritiva ao mesmo tempo.



Pergunta Numérica

$U(x, y) = x^{0,25}y^{0,75}$, com rendimento M e preços p_x, p_y .

- a) Deriva as procuras marshallianas x^* e y^* .
- b) Que parte do rendimento vai para cada bem?
- c) x é normal ou inferior? Mostra-o.
- d) Com $M = 100$, $p_x = 5$, $p_y = 3$, calcula o cabaz.



Solução

- a) $x^* = \frac{0,25 M}{p_x}$ e $y^* = \frac{0,75 M}{p_y}$, a regra da Cobb-Douglas com $\alpha = 0,25$.
- b) $p_x x^* = 0,25M$ e $p_y y^* = 0,75M$: um quarto e três quartos, quaisquer que sejam os preços.
- c) $\partial x^* / \partial M = 0,25 / p_x > 0$, portanto x é **normal**. A Cobb-Douglas não consegue produzir um bem inferior.
- d) $x^* = 25/5 = 5$ e $y^* = 75/3 = 25$. Verificação: $5(5) + 3(25) = 100$. 

Síntese



O que Levar desta Sessão



A **utilidade** é uma maneira de escrever uma ordenação de preferências. Qualquer transformação crescente dela é o mesmo consumidor.



O problema é $\max U$ sujeito a uma restrição linear. O **Lagrangiano** resolve-o, e as condições de primeira ordem dizem que a utilidade marginal por euro é igual em todo o lado.



λ é a **utilidade marginal do rendimento**, um preço-sombra. Volta para a empresa e para o Estado.



A solução é uma **função**, a procura marshalliana $x(p_x, p_y, M)$. A curva da procura é essa função desenhada.



Cantos e quebras estragam as condições de primeira ordem. Substitutos perfeitos e complementos perfeitos são os dois que vais encontrar.



Cobb-Douglas e **quase-linear** respondem ao mesmo problema de maneiras diferentes. A forma funcional é uma hipótese, não um resultado.

Próxima Sessão

Procura e Elasticidade.

De um consumidor para um **mercado**, e depois a pergunta que decide a receita: quão fortemente reage a quantidade ao preço?

